

Les applications

Une application est une relation qui relie deux ensembles :

Et on écrit $f: E \rightarrow F$ Une application peut-être injective ou surjective ou bijective



Définition

Ensemble des images

x_1

x_2

application
Réciproque f^{-1}

application f

y_1

y_2

Ensemble des antécédents

Tout simplement :

Une application est une relation qui relie deux ensembles : ensemble de départ (antécédents) et ensemble d'arrivée (images)

Et on écrit $f: E \rightarrow F$

Une application peut-être

injective ou surjective ou bijective

➤ Application injective – surjective - bijective :

Application injective	Application surjective	Application bijective
Une application est dite injective si et seulement si ; Chaque image de F admet au plus (maximum) un antécédant : c-à-d si on suppose qu'une image admet un antécédant alors il faut qu'il soit unique. $f: E \rightarrow F$ $x \rightarrow y$ $(\forall x \in E)(\forall y \in E) f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$	Une application est surjective si chaque élément d'ensemble d'arrivée (images) admet au moins un antécédant. Donc on ne peut pas trouver des images sans antécédents. $f: E \rightarrow F$ $x \rightarrow y$ $(\forall y \in F)(\exists x \in E) f(x) = y$	Une application est bijective si : f est inj + surj : C-à-d chaque image à un seul antécédant $(\forall y \in F)(\exists! x \in E): f(x) = y$
ex : $f: [0; 1] \rightarrow [0; 2]$ $x \rightarrow x^2$ $\forall (x; y) \in [0; 1]:$ $f(x) = f(y) \Rightarrow x^2 = y^2$ sachant que x et y sont positifs donc $x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$ Alors f est une application injective	ex : $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ $x \rightarrow \sqrt{x^2 + 1}$ puisque $D_f = \mathbb{R} \text{ (car } x^2 + 1 > 0)$ Alors chaque image de } \mathbb{R}^+ \text{ aura au moins un antécédant dans } \mathbb{R} Alors f est une application surjective	ex : $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \rightarrow x^3$ Pour chaque image , on trouve un seul antécédant x qui vérifie $f(x) = x^3$ Alors f est bijective

➔ **Bijection réciproque :** Si f est une app bijective de E dans F alors l'application de F dans E qui est solution de l'équation : $f(x) = y$ s'appelle bijection réciproque f^{-1} :

$$\begin{cases} f^{-1}(y) = x \\ y \in F \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = y \\ x \in E \end{cases}$$

➔ **Composée :** Soit f une application de E dans F et g une application de F dans H, avec $F(E) \subset F$: l'application h de E dans H s'appelle la composée de f et g : $h = f \circ g$