

Les ensembles

Un ensemble E est une collection d'objets mathématique. Les objets que l'ensemble contient s'appellent des éléments.



➤ L'essentiel à retenir :

- ➔ $x \in E \Leftrightarrow x$ est un élément de E
- ➔ $\emptyset$: Ensemble vide 'ne contient aucun élément'
- ➔ Un ensemble peut s'écrire sous 2 formes :

En extension	En compréhension
$A = \{0; 2; -3; 7\}$	$B = \{x \in \mathbb{R} / x + 1 = 0\}$

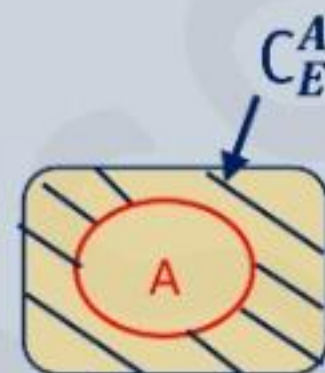
➤ Intersection – union - Différence :

L'intersection $A \cap B \Leftrightarrow x \in A \text{ et } x \in B$	L'union $A \cup B \Leftrightarrow x \in A \text{ ou } x \in B$	La différence $A \setminus B \Leftrightarrow x \in A \text{ et } x \notin B$
Si A et B ne se coupent pas alors $A \cap B = \emptyset$	Si A et B ne se coupent pas alors l'union contiendra tous les éléments des 2 ensembles	Si A et B ne se coupent pas alors $A \setminus B = A \cup B$

➤ Relations nécessaires entre les ensembles :

◆ Égalité – inclusion – Ensemble des parties d'un ensemble E – Complémentaire :

- + $E = F \Leftrightarrow (x \in E \Leftrightarrow x \in F)$
- + $E \subset F \Leftrightarrow (x \in E \Rightarrow x \in F)$
- + $\complement_E^A = \bar{A} = \{x \in E \text{ et } x \notin A\}$
- + $P(E)$ est l'ensemble des parties de E
- Ex : $A \subset E \Leftrightarrow A \in P(E) ; \emptyset \in P(E)$
- + $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$; et ; $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ **Lois de Morgan**



Prof Essbai

◆ Propriétés :

- + $A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ et } B \subset A$
- + $A \subset B \text{ et } B \subset C \Leftrightarrow A \subset C$: **la transitivité**
- + $A \cap A = A \text{ et } A \cup A = A$
- + Si $A \subset B$ alors : $A \cap B = A \text{ et } A \cup B = B$
- + $\begin{cases} (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \end{cases}$: **l'associativité**
- + $\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$: **la distributivité**