

Généralités sur les fonctions 03 :

Taux de variations - composée de deux fonctions

Le taux des variations -comme déjà vu l'année précédente - est un outil utilisé pour déterminer la monotonie d'une fonction (souvent non usuelle-car on sait déjà comment définir leurs variations). Dans ce résumé, on va comment calculer ce taux, ainsi que ces caractéristiques.



Taux de variations

$$T = \frac{f(x) - f(y)}{x - y} ; x \neq y$$

fonction croissante – décroissante – constante:

- Si pour $(x; y) \in I$; $T \leq 0$ alors f est décroissante sur I
- Si pour $(x; y) \in I$; $T < 0$ alors f est str décroissante sur I
- Si pour $(x; y) \in I$; $T \geq 0$ alors f est croissante sur I
- Si pour $(x; y) \in I$; $T > 0$ alors f est str croissante sur I
- Si pour $(x; y) \in I$; $T = 0$ alors f est Constante sur I

Exemple : Soit f une fonction définie par: $f(x) = x^2 + 1$

Calculons : $T = \frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{x^2 + 1 - y^2 - 1}{x - y} = \frac{(x - y)(x + y)}{(x - y)} = x + y$

$D_f = \mathbb{R}$: Alors on va étudier les variations de f sur $\mathbb{R}^+$ et $\mathbb{R}^-$

si $(x; y) \in] - \infty; 0]^2$: $T \leq 0 \Rightarrow f$ décroissante sur $] - \infty; 0]$

si $(x; y) \in [0; +\infty[^2$: $T \geq 0 \Rightarrow f$ croissante sur $[0; +\infty[$



Prof Essbai

Parité d'une fonction et variations

Si f est paire alors elle change de variation entre les 2 parties symétriques :

Ex : $f(x) = x^2$, il suffit d'étudier les variations sur $\mathbb{R}^+$ puis en déduire la monotonie sur $\mathbb{R}^-$ (f est croissante sur $\mathbb{R}^+$ alors est décroissante sur $\mathbb{R}^-$)

Si f est impaire alors elle ne change pas de monotonie entre les 2 parties symétriques :

Ex : $f(x) = x^3$, il suffit d'étudier les variations sur $\mathbb{R}^+$ puis en déduire la monotonie sur $\mathbb{R}^-$ (f est croissante sur $\mathbb{R}^+$ alors est croissante sur $\mathbb{R}^-$)

$f \circ g(x)$ est croissante sur I si f et g

ont les même sens de variations (g sur I et f sur $g(I)$)

ex : g croissante sur I et f croissante sur $g(I)$ Sinon $f \circ g$ est décroissante sur I si f et g ont des variations contraires

ex : g croissante sur I et f décroissante sur $g(I)$

