

Géométrie dans l'espace #1



Prof Essbai

Déterminant - norme

- Déterminant de 3 vecteurs (Dans l'espace) : $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} g \\ h \\ i \end{pmatrix}$

$$\det(\vec{u}; \vec{v}; \vec{w}) = \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = a \cdot \begin{vmatrix} e & h \\ f & i \end{vmatrix} - b \cdot \begin{vmatrix} d & g \\ f & i \end{vmatrix} + c \cdot \begin{vmatrix} d & g \\ e & h \end{vmatrix}$$

- Norme d'un vecteur $\vec{AB}$:

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$



Vecteurs Coplanaires (appartenant au même plan)

- trois vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si :
 $\exists (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \quad w = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$
- trois vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si :
 $\det(\vec{u}; \vec{v}; \vec{w}) = 0$

Représentation paramétrique d'une droite dans l'espace :

(D) est une droite passant par $A(x_A; y_A; z_A)$ et son vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$:

$$M(x; y; z) \in (D) \Leftrightarrow \vec{AM} = t \cdot \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases} : t \in \mathbb{R}$$

Représentation paramétrique d'un plan dans l'espace :

(P) : un plan défini par $A(x_A; y_A; z_A)$ et ses 2 vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$

$$M(x; y; z) \in (P) \Leftrightarrow \vec{AM} \text{ et } \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont coplanaires}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AM} = \alpha \cdot \vec{u} + \beta \cdot \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_A + \alpha \cdot a + \beta \cdot a' \\ y = y_A + \alpha \cdot b + \beta \cdot b' \\ z = z_A + \alpha \cdot c + \beta \cdot c' \end{cases} : t \in \mathbb{R}$$

équation cartésienne d'un plan dans l'espace :

$$M(x; y; z) \in (P) \Leftrightarrow \vec{AM} \text{ et } \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont coplanaires}$$

$$\Leftrightarrow \det(\vec{AM}; \vec{u}; \vec{v}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x - x_A & a & a' \\ y - y_A & b & b' \\ z - z_A & c & c' \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - x_A) \cdot \begin{vmatrix} b & b' \\ c & c' \end{vmatrix} - (y - y_A) \cdot \begin{vmatrix} a & a' \\ c & c' \end{vmatrix} + (z - z_A) \cdot \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0$$

