

Logique 7: Raisonnements (disjonction des cas)

Un raisonnement mathématique est l'outil le plus efficace pour montrer une assertion, chaque exercice nécessite un type différent de raisonnement



Raisonnement par disjonctions des cas : فصل الحالات

Le raisonnement par disjonction de cas est une forme de raisonnement mathématique qui consiste à décomposer la proposition que l'on cherche à démontrer en un nombre fini de cas (sous-propositions) vérifiés indépendamment.

ex : résoudre l'équation : $|x - 1| = 2$

Donc dès que tu vois ce type , tu réfléchiras à étudier les cas possibles.

Comment l'utiliser ?

- On pose tous les cas possible puis on fait la disjonctions selon chaque cas .
- On vérifie que le résultat trouvé est cohérent avec la condition de chaque cas.
- On conclut le travail en faisant l'union de toutes les résultats valables trouvés.

Exemple 1 : Résoudre l'équation suivante $|x - 1| = 2$ حل المعادلة التالية

Cas 1 : Si $x - 1 \leq 0$ alors $x \leq 1$

Alors l'équation devient $x - 1 = -2$ d'où : $x = -1 \leq 0$ (**valable**)

Cas 2 : Si $x - 1 \geq 0$ alors $x \geq 1$

Alors l'équation devient $x - 1 = 2$ d'où : $x = 3 \geq 0$ (**valable**)

Alors $S = \{-1; 3\}$

Exemple 2 : Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{n(n+1)}{2}$ est un entier

Cas 1 : Si n est pair : on pose $n = 2k$ avec $k \in \mathbb{Z}$ Alors l'expression devient :

$\frac{2k(2k+1)}{2}$ d'où : $\frac{4k^2}{2} + \frac{2k}{2} = 2k^2 + k \in \mathbb{Z}$; entier

Cas 2 : Si n est impair : on pose $n = 2k + 1$ Alors l'expression devient :

$\frac{(2k+1)(2k+2)}{2}$ d'où : $\frac{4k^2}{2} + \frac{4k}{2} + \frac{2k}{2} + \frac{2}{2} = 2k^2 + 2k + k + 1 \in \mathbb{Z}$; entier

Alors dans tous les cas $\frac{n(n+1)}{2}$ est un entier