

Le produit Scalaire (1)

Le produit scalaire de deux vecteurs est donc un nombre (on dit encore un scalaire, par opposition à un vecteur, ce qui explique le nom de produit scalaire). Il vérifie plusieurs propriétés



1) Expression analytique :

$\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ deux vecteurs :

Le produit scalaire des 2 vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x \cdot x' + y \cdot y'$$

2) Expression trigonométrique :

Le produit scalaire des 2 vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos \alpha$$

$\|\vec{u}\|$: la norme du vecteur $\vec{u}$.

$\alpha = (\vec{u}; \vec{v})$: l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$

Propriétés :

$$\rightarrow \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\rightarrow$ Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ 2 points :

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$\rightarrow$ Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ donc $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Propriétés : $\alpha = (\vec{u}; \vec{v})$

$$\rightarrow \cos(\alpha) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|} = \frac{x \cdot x' + y \cdot y'}{\sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2}}$$

$$\rightarrow \sin(\alpha) = \frac{\det(\vec{u}; \vec{v})}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|} = \frac{x \cdot y' - x' \cdot y}{\sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2}}$$

$\begin{cases} \alpha = 0 \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \ \vec{u}\ \cdot \ \vec{v}\ \\ \alpha = \pi \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = -\ \vec{u}\ \cdot \ \vec{v}\ \end{cases}$	$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{v} > 0 \text{ si } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \vec{u} \cdot \vec{v} < 0 \text{ si } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases}$
---	--