

Le produit Scalaire (2)

Dans ce résumé, on va voir comment trouver l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et un vecteur directeur (par le déterminant) ou bien un point et un vecteur normal (par le produit scalaire) + l'équation cartésienne d'un cercle. + la distance entre un point et une droite

1) Équation cartésienne d'une droite :

→ Définie par un point et un vecteur **directeur** :

Ex : Soit (D) une droite qui passe par $A(1 ; 2)$ et $\vec{U}\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$:

Un point $M(x ; y)$ du plan (P) , pour que M soit un point de la droite (D) alors : les vecteurs $\vec{U}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires, Donc :

$$\det(\overrightarrow{AM}, \vec{U}) = \begin{vmatrix} x-1 & 2 \\ y-2 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x-1) \cdot 3 - (y-2) \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 2y + 1 = 0$$

→ Définie par un point et un vecteur **normal** :

Ex : Soit (D) une droite qui passe par $A(4 ; 1)$ et $\vec{n}\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$:

Un point $M(x ; y)$ du plan (P) , pour que M soit un point de la droite (D) alors : les vecteurs $\vec{n}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont perpendiculaires, Donc :

$$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} x-4 \\ y-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow (x-4) \cdot (-2) + (y-1) \cdot 5 = 0$$

$$\Rightarrow -2x + 5y + 3 = 0$$

2) Équation cartésienne d'un cercle :

$$(C): (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

Tel que : $\Omega(a; b)$ centre du cercle et R le rayon

Distance entre un point H et une droite (D) :

Tel que : $(D): ax + by + c = 0$ et $H(x_H; y_H)$

$$d(H; (D)) = \frac{|ax_H + by_H + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

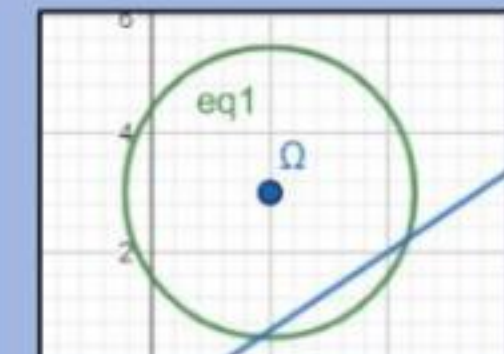


Si on calcul la distance entre Ω le centre d'un cercle et la droite (D) , on aura trois possibilités :

$$d(\Omega; (D)) < R$$

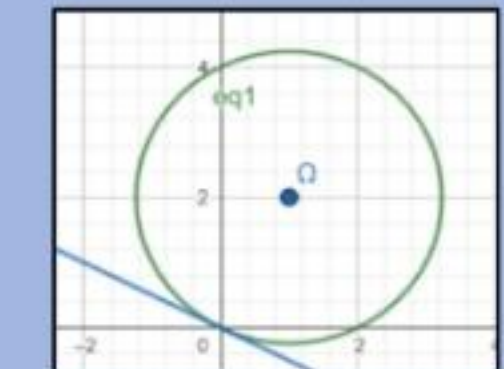
(R le rayon du cercle)

Alors la droite (D) coupe le cercle en 2 points



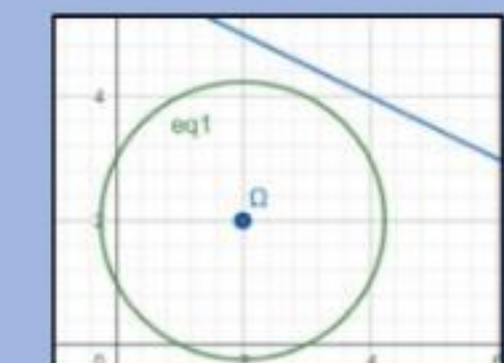
$$d(\Omega; (D)) = R$$

Alors la droite (D) est tangente à (C)



$$d(\Omega; (D)) > R$$

La droite est en dehors du cercle (ne coupe pas le cercle)



Voir
résumé 1

Voir
résumé 1