

Rotation dans le plan (Résumé)

Une rotation est une transformation dans le plan qui change la place d'un point suivant un angle α bien définie et un centre fixe

Définition

Soit O un point du plan :

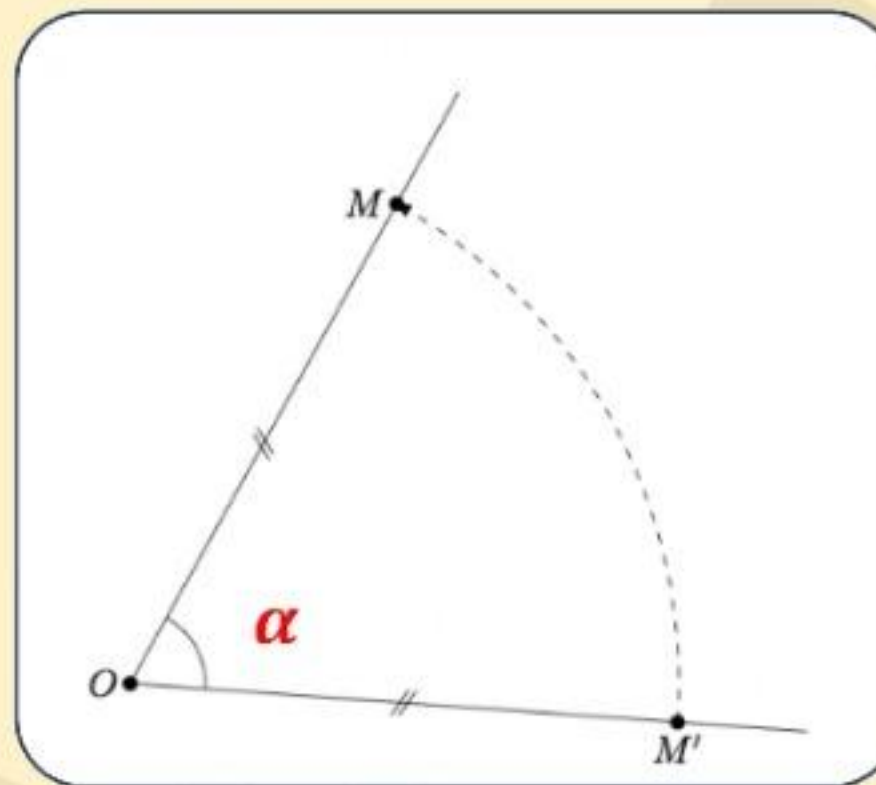
La rotation R du centre O et d'angle α transforme le point M en un autre point M' tel que :

$$\begin{cases} OM = OM' \\ (\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{OM'}) \equiv \alpha[2\pi] \end{cases}$$

Et on note : $R(O; \alpha)$

Exemple :

M' est l'image de M par $R(O; \alpha)$.



Rotation réciproque

Soit O un point du plan :

La rotation réciproque de R se note R^{-1}

$$R(M) = M' \Leftrightarrow R^{-1}(M') = M$$

Propriétés de rotation

La rotation conserve :

- La longueur .
- Les angles.
- Les aires (surfaces) : l'image d'une figure est une figure de même aire
- Le parallélisme : deux droite parallèles donc leurs images seront aussi parallèles

Explication

Soient R une rotation de centre O et d'angle α :

Si $R(M) = M'$ et $R(N) = N'$

Alors : $MN = M'N'$

$$(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{M'N'}) \equiv \alpha[2\pi]$$

Alignement des points

Soient A, B et C trois points du plan et R une rotation $R(O; \theta)$:

Avec $R(A) = A'$ et $R(B) = B'$ et $R(C) = C'$

Si A et B et C sont alignés Donc A' et B' et C' sont aussi alignés (dans le même ordre)

Alors on dit que la rotation conserve l'ordre et l'alignement des points.